

Algorithmische Graphentheorie

11. Übungsblatt

Jasper Gude

Pia Röttgers

7. Juli 2026

11.51 / 20

Aufgabe 1 – Maximal planare und nicht-planare Graphen

a)

✓ b) Siehe Abbildung 1.

1 / 1

Aufgabe 2 – Planare Zeichnungen

a) G_1 hat 7 Knoten, $11 < 15 = 3 \cdot 7 - 6$ Kanten und die Facetten

$\{u, x, v, t\}, \{t, v, y, w\}, \{x, y, v\}, \{u, z, t\}, \{t, z, w\}$

also $5 < 10 = 2 \cdot 7 - 4$ Facetten. Somit ist der Graph G_1 planar.

G_2 kann man sich als das Skelett eines konvexen, beschränkten Polyeders vorstellen. Wenn man sich wie in Abbildung 2 vorstellt, eine Kugel in den Graphen zu legen und sich überlegt, welche Kanten von einer Seite sichtbar sind, dann sieht man schnell, dass der Graph konvex und beschränkt ist und somit planar ist.

- b) Siehe Abbildung 3. **Zwei Teilaufgaben mit nur einer Zeichnung zu lösen: großartig!**
c) Siehe Abbildung 3.

+0.01 Punkte für Effizienz

1.5 / 3

3.01 / 3

1 / 1

Aufgabe 1b) beweist, dass diese Folgerung nicht funktioniert. (alternatives Gegen-Argument: es existieren einfache Kreise, die die Kante $\{z, v\}$ enthalten, aber keine der genannten Facetten enthält z und v)
 G_1 ist nicht planar.
(es lässt sich ein nicht-planarer Minor von G_1 finden. Mehr nehme ich nicht vorweg, Lösung kommt in der Übung)

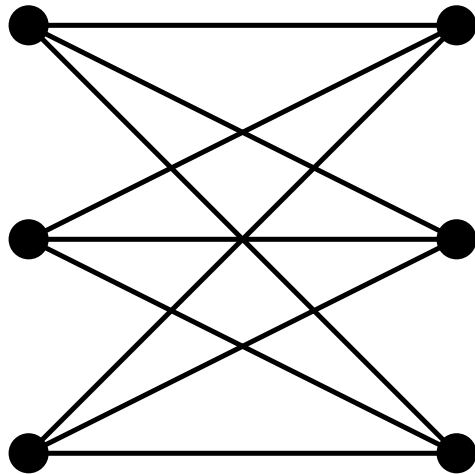


Abbildung 1: Gegenbeispiel; $K_{3,3}$ hat $9 < 12 = 3 \cdot 6 - 6$ Kanten und ist nicht planar.

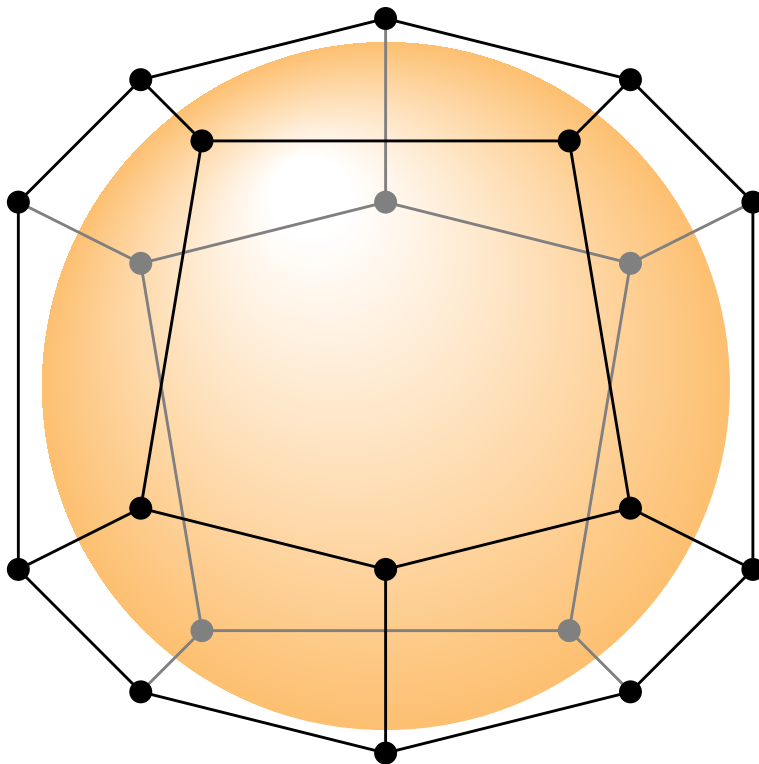


Abbildung 2: Skelett des konvexen, beschränkten Polyeders.

Das musste ich bei der Korrektur direkt rumzeigen!

Die Aussage "G2 ist Skelett eines beschränkten Polyeders" alleine, ohne weiter Begründung, hätte mir nicht gereicht. Einfach ne Kugel reinzupacken, sodass man die 3D-Anordnung direkt sieht, find ich eine enorm elegante Lösung!

✓

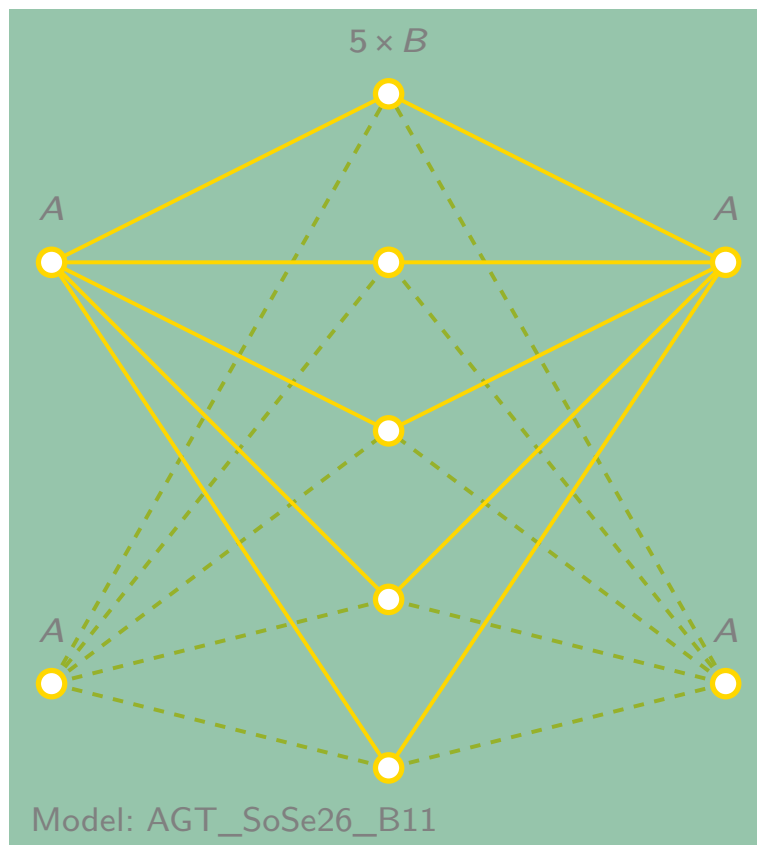


Abbildung 3: Die Platine kann so gebaut werden. Die durchgezogenen Leitungen verlaufen auf der Oberseite. Die gestrichelten verlaufen auf der Unterseite.

Aufgabe 3 – Planare Graphen

a) O.B.d.A. gilt:

Angenommen G ist planar. Sei $n = |V|$, $m = |E|$ und Anzahl der Facetten f . Dann gilt

$$m \leq 3n - 6 \quad (1)$$

$$f \leq 2n - 4 \quad (2)$$

Korrekt gezeigt für $n=11$.
Es war aber auch nach
größeren n gefragt.

Das Argument, warum die
Aussage auch für größere
Werte von n hält, fehlt.

Angenommen G hat 11 Knoten. Dann ist $m \leq 27 = 3 \cdot 11 - 6$ und $f \leq 18 = 2 \cdot 11 - 4$.

Ein Graph dieser Größe hat maximal $\binom{|V|}{2} = \frac{11 \cdot 10}{2 \cdot 1} = 55$ Kanten.

Angenommen G hat 27 Kanten. G' hat also $55 - 27 = 28$ Kanten. Das ist ein Widerspruch zum ersten Kriterium. Somit kann G' nicht planar sein.

2 / 3

b) Siehe Abbildung 4 und <https://nevereveryever.de/planark7.html>.

3 / 3

legend.

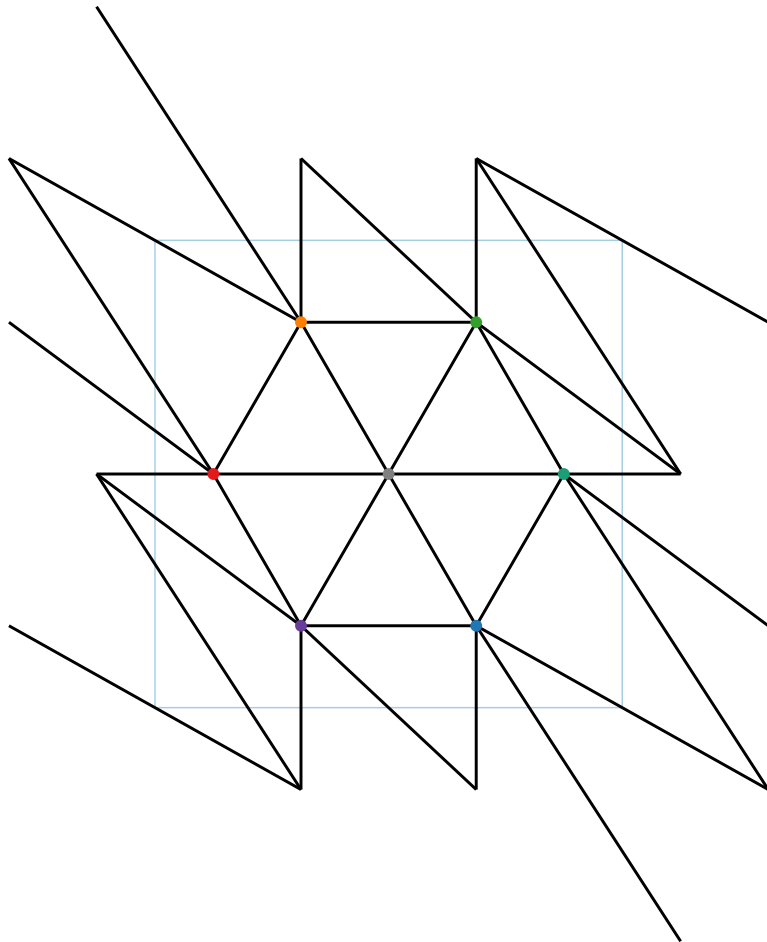


Abbildung 4: Planarer K_7 auf einem Torus.