

Algorithmische Graphentheorie

11. Übungsblatt

Jasper Gude

Pia Röttgers

7. Juli 2026

/ 20

Aufgabe 1 – Maximal planare und nicht-planare Graphen

a)

b) Siehe Abbildung 1.

/ 1

Aufgabe 2 – Planare Zeichnungen

a) G_1 hat 7 Knoten, $11 < 15 = 3 \cdot 7 - 6$ Kanten und die Facetten

$$\{u, x, v, t\}, \{t, v, y, w\}, \{x, y, v\}, \{u, z, t\}, \{t, z, w\}$$

also $5 < 10 = 2 \cdot 7 - 4$ Facetten. Somit ist der Graph G_1 planar.

G_2 kann man sich als das Skelett eines konvexen, beschränkten Polyeders vorstellen. Wenn man sich wie in Abbildung 2 vorstellt, eine Kugel in den Graphen zu legen und sich überlegt, welche Kanten von einer Seite sichtbar sind, dann sieht man schnell, dass der Graph konvex und beschränkt ist und somit planar ist.

/ 3

b) Siehe Abbildung 3.

/ 3

c) Siehe Abbildung 3.

/ 1

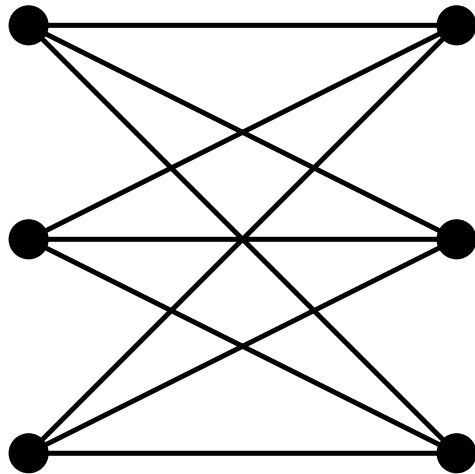


Abbildung 1: Gegenbeispiel; $K_{3,3}$ hat $9 < 12 = 3 \cdot 6 - 6$ Kanten und ist nicht planar.

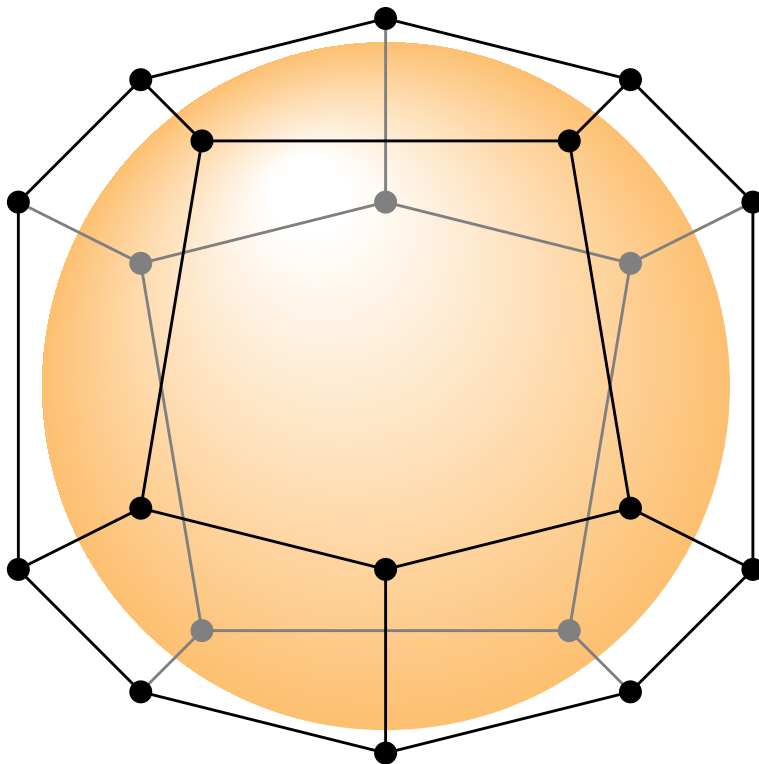


Abbildung 2: Skelett des konvexen, beschränkten Polyeders.

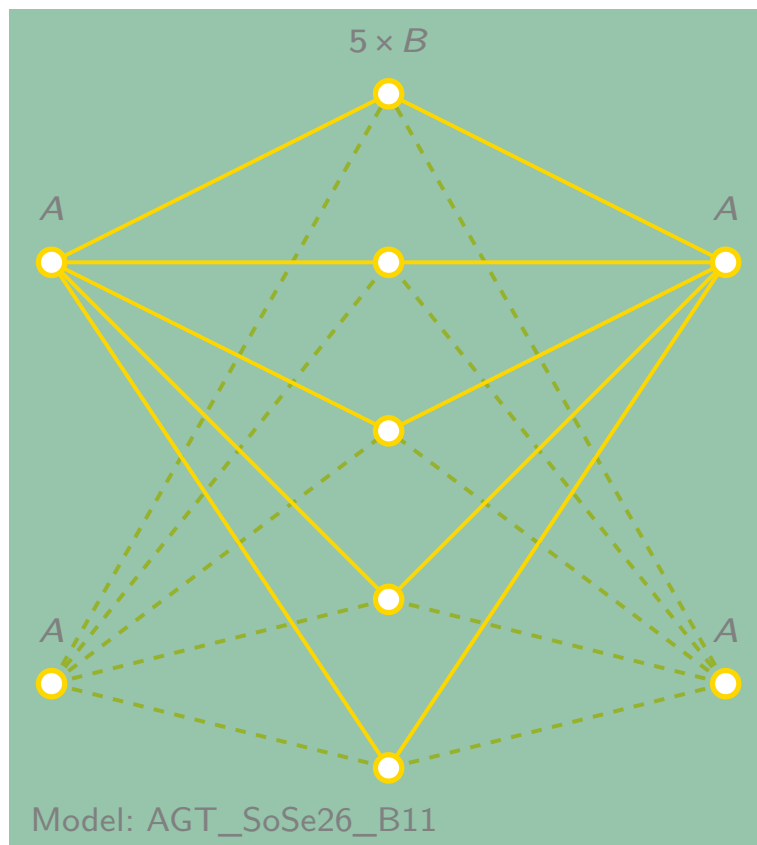


Abbildung 3: Die Platine kann so gebaut werden. Die durchgezogenen Leitungen verlaufen auf der Oberseite. Die gestrichelten verlaufen auf der Unterseite.

Aufgabe 3 – Planare Graphen

a) O.B.d.A. gilt:

Angenommen G ist planar. Sei $n = |V|$, $m = |E|$ und Anzahl der Facetten f . Dann gilt

$$m \leq 3n - 6 \quad (1)$$

$$f \leq 2n - 4 \quad (2)$$

Angenommen G hat 11 Knoten. Dann ist $m \leq 27 = 3 \cdot 11 - 6$ und $f \leq 18 = 2 \cdot 11 - 4$.

Ein Graph dieser Größe hat maximal $\binom{|V|}{2} = \frac{11 \cdot 10}{2 \cdot 1} = 55$ Kanten.

Angenommen G hat 27 Kanten. G' hat also $55 - 27 = 28$ Kanten. Das ist ein Widerspruch zum ersten Kriterium. Somit kann G' nicht planar sein.

/ 3

b) Siehe Abbildung 4 und <https://nevereveryever.de/planark7.html>.

/ 3

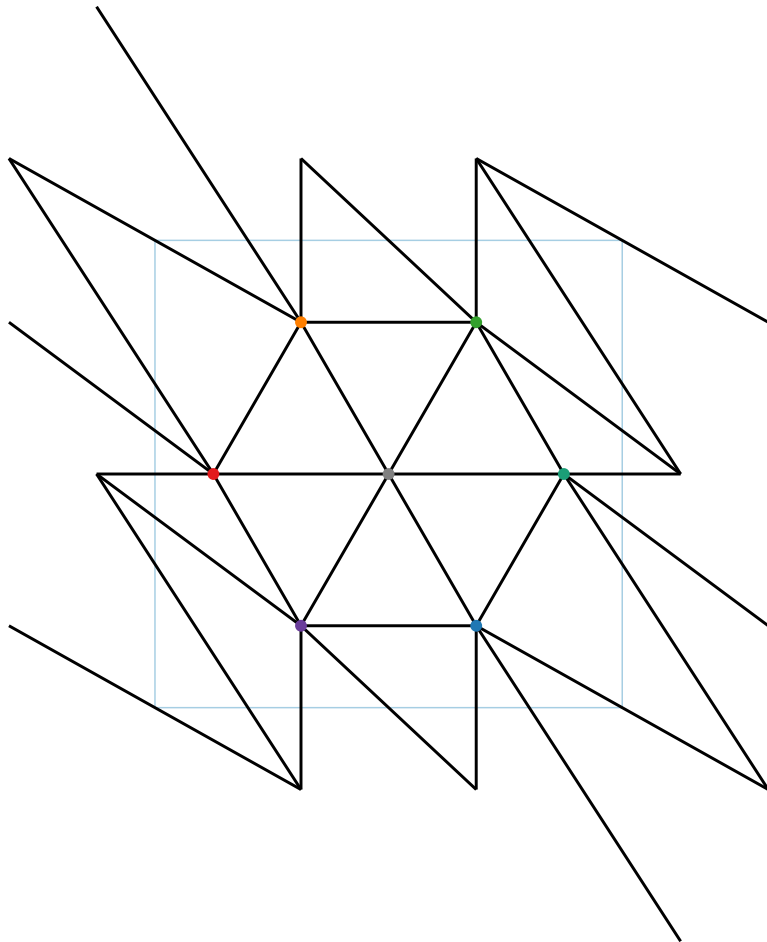


Abbildung 4: Planarer K_7 auf einem Torus.