

4. Übungsblatt

Jasper Gude Pia Röttgers

17. Mai 2026

/ 20

Aufgabe 1 – Knotengrade

- a) Einen solchen Graph gibt es. Siehe Abbildung 1.
- b) Das Problem kann als Maximalflussproblem modelliert werden. Dafür haben wir eine Quelle s , eine Senke t und Knoten v_i mit $i \in \mathbb{N}_{\leq n}$. Die Eingangskapazität eines Knoten v_i entspricht dem Eingangsgrad e_i . Die Ausgangskapazität entspricht dem Ausgangsgrad a_i . Siehe Abbildung 2.

/ 3

Wenn es einen vollständigen Fluss gibt, gibt es eine Lösung für das Problem, sonst nicht.

/ 4

- c) Die Modellierung ist korrekt, da der Eingangs- und Ausgangsgrad jedes Knotens v_i von oben beschränkt wird von der Eingangskapazität e_i bzw. Ausgangskapazität a_i .

Zudem erfüllt die Flusserhaltung den Zweck, dass die Summe der Eingangsgrade gleich der Summe der Ausgangsgrade sind, was in einem Graphen erfüllt sein muss.

/ 2

Aufgabe 2 – b-Flüsse

- a)
- b)

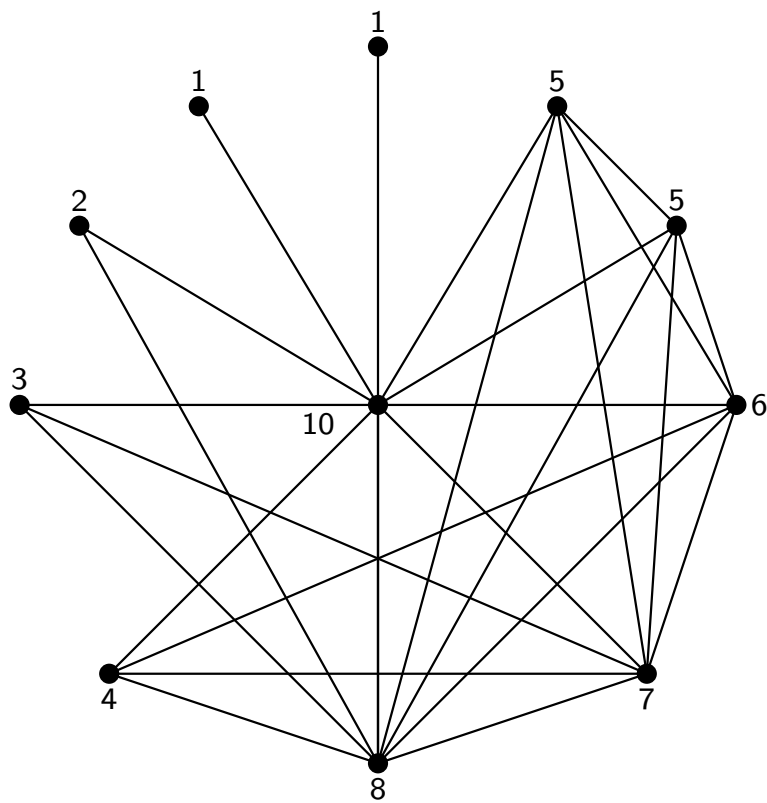


Abbildung 1: Ein Graph mit 11 Knoten und Knotengraden 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 10.

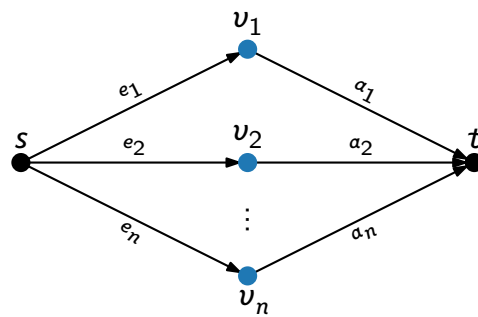


Abbildung 2: Das Problem als Maximalflussproblem.

Aufgabe 3 – Minimale Schnitte

Wir wenden den Algorithmus EDMONDSKARP für Maximale Flüsse aus der Vorlesung an und führen nach der While-Schleife eine Breitensuche auf dem Residualgraphen G_f mit Startknoten s aus. Die Knoten, die die BFS findet sind die Knoten, die im gesuchten minimalen s - t -Schnitt vorhanden sind.

Das ergibt sich aus dem Min-Cut-Max-Flow-Theorem:

$$\max_{f \text{ zulässiger } s\text{-}t\text{-Fluss}} |f| = \min_{(S,T) \text{ } s\text{-}t\text{-Schnitt}} c(S)$$

Also finden wir einen minimalen Schnitt genau dann, wenn wir einen maximalen Fluss finden.

Die Laufzeit ergibt sich aus der Laufzeit für EDMONDSKARP und der Breitensuche, also $\mathcal{O}(VE^2) + \mathcal{O}(V + E) = \mathcal{O}(VE^2)$.

/ 5
