

Algorithmische Graphentheorie

5. Übungsblatt

Jasper Gude Pia Röttgers

31. Mai 2026

/ 25

Aufgabe 1 – LP-Runden

- a)
- b)
- c)

Aufgabe 2 – Christofides' Algorithmus

- a) Siehe Abbildung 2.
- b) Siehe Abbildung 1. Diese Tour kann nicht von CHRISTOFIDES berechnet werden, denn egal mit welcher Kante in welche Richtung gestartet wird, nimmt CRISTOFIDES immer eine Kante in die Tour, die nicht in Abbildung 1 ist.

/ 4

/ 1

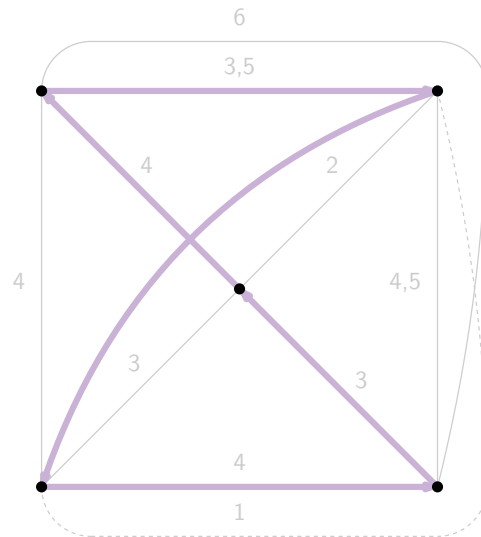


Abbildung 1: Eine kleinere TSP-Tour, die von CRISTOFIDES nicht berechnet werden kann.

Aufgabe 3 – Matchings in allgemeinen Graphen

a)

$M = \emptyset$

VISITED = ARRAY VON FALSE DER GRÖSSE $|V|$ // Markiert gematchte Knoten

for e **in** E **do**

if NICHT VISITED[u] UND NICHT VISITED[v] **then**

$M = M \cup \{e\}$

 VISITED[u] = TRUE

 VISITED[v] = TRUE

return M

Angenommen M wäre erweiterbar (d.h. es gibt eine Kante $\{u,v\}$ mit $u,v \notin V(M)$). Dann wurden sowohl u als auch v während des Algorithmus beim Durchlaufen der Kante $\{u,v\}$ als frei angesehen und wäre somit der Menge M hinzugefügt worden. Das ist ein Widerspruch.

Laufzeit:

Initialisierung des Arrays: $\mathcal{O}(V)$

Schleife: Jede Kante wird genau einmal betrachtet ($\mathcal{O}(V)$) und die Überprüfung und Markierung passieren in $\mathcal{O}(1)$. Also insgesamt $\mathcal{O}(E)$

Das ergibt eine Gesamtlaufzeit von $\mathcal{O}(V + E)$

b)

c)

d)

e)

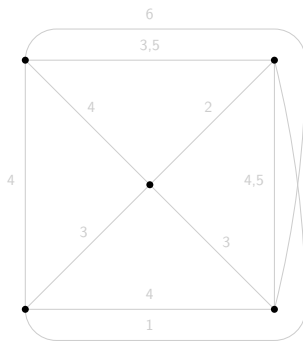
/ 3

/ 3

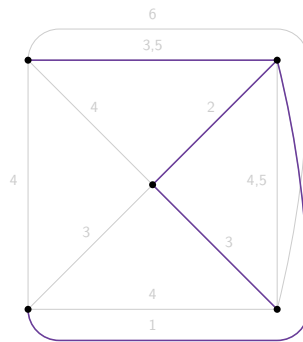
/ 2

/ 3

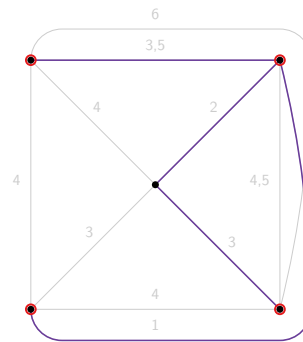
/ 2



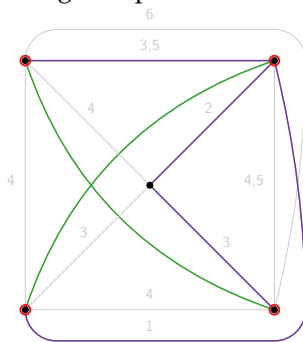
(a) Der gewichtete, vollständige Graph G .



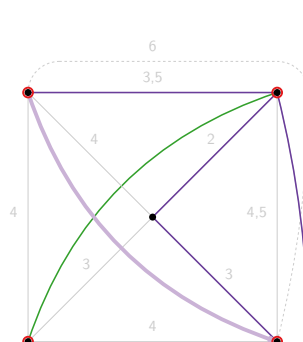
(b) Minimalen Spannbaum finden.



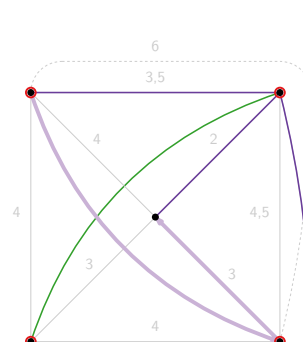
(c) Knoten U mit ungeraden Graden finden.



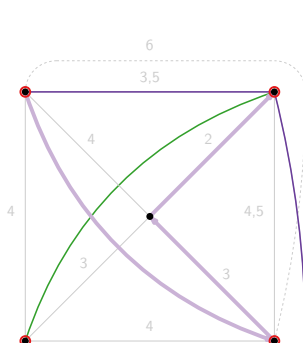
(d) Minimales, perfektes Matching auf $G[U]$ finden.



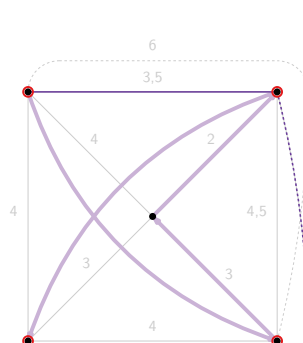
(e) Eulertour konstruieren.



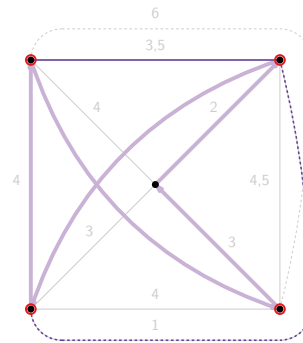
(f) Eulertour konstruieren.



(g) Eulertour konstruieren.



(h) Eulertour konstruieren.



(i) Schon besuchte Knoten überspringen. TSP vollständig.

Abbildung 2: Cristofides' Algorithmus