

Algorithmische Graphentheorie

8. Übungsblatt

Jasper Gude

Pia Röttgers

13. Juni 2026

/ 20

Aufgabe 1 – Kleinste Schnitte

a) Siehe Abbildung 1.

/ 2

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass CONTRACT in keiner Iteration eine Kante aus $C = \{uv \in E \mid u \in S, v \in T\}$ mit minimalem Schnitt (S, T) kontrahiert, also immer die falschen Knoten auswählt, ist laut Vorlesung $\frac{2}{n(n-1)}$. Das heißt die Zahl der richtigen Knoten wächst quadratisch, da die Wahrscheinlichkeit quadratisch abnimmt.

/ 3

Aufgabe 2 – Implementierung von CONTRACT

1. G nach H kopieren. $\mathcal{O}(1)$
2. Wenn $|V_H| \leq 2$, dann ist die Zerlegung (S, T) von G , die den beiden letzten Knoten in H entspricht, das Ergebnis.

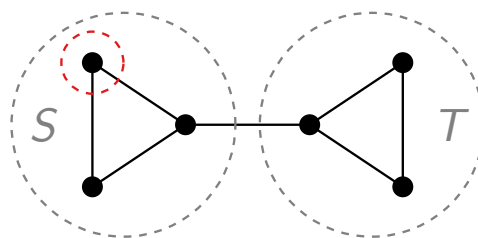


Abbildung 1: Gegenbeispiel; Minimaler Schnitt (S, T) und nicht minimaler Schnitt $(\{v\}, V \setminus \{v\})$ in rot.

3. Wähle eine Zufallszahl z im Intervall $[1; |V_H|]$. $\mathcal{O}(1)$
4. Nimm den Knoten $a = V_H[z]$ und wähle eine Zufallszahl z' im Intervall $[1, |\text{Adj}[a]|]$.
Nimm den Knoten $b = \text{Adj}_{z'}[a]$. $\mathcal{O}(1)$
5. Bestimme für jeden zu a oder b adjazenten Knoten c_i die Anzahl der Kanten zwischen c_i und a oder b . $\mathcal{O}(V_H) = \mathcal{O}(n)$.
6. Kontrahiere die Kante ab . Lösche dazu die Knoten a, b sowie alle zu a oder b inzidenten Kanten. Da Mehrfachkanten als Zahl implementiert sind, sind nur maximal 2 Einträge pro c_i zu löschen. $\mathcal{O}(n)$
Füge einen neuen Knoten d ein. Füge für jeden Knoten c_i die vorher bestimmte Anzahl an Kanten zwischen c_i und a oder b als Kanten zwischen c_i und d ein. $\mathcal{O}(n)$
7. Gehe zurück zu Punkt 2

Da der Knoten a durch eine gleichverteilte Zufallszahl z ausgewählt wird und der Knoten b ebenfalls gleichverteilt ausgewählt wird, ist die Kante ab ebenfalls gleichverteilt ausgewählt.

/ 6
